

**РЕГИОНАЛНИ ЦЕНТАР ИЗ ПРИРОДНИХ
И ТЕХНИЧКИХ НАУКА У ВРАЊУ**

ТРАПЕЗ

Аутор :Петар Спасић, ученик 8. разреда ОШ „8. Октобар“, Власотинце

Ментор :Криста Ђокић, наставник математике

Власотинце, 2011. године

Трапез

Аутор :Петар Спасић, ученик 8. разреда ОШ „8. Октобар“, Власотинце

Ментор :Криста Ђокић, наставник математике

Резиме :Трапез је конвексни четвороугао чија је база паралелна са њоме наспрамном страницом.Две непаралелне странице зову се краци.Збир углова на једном од кракова је 180° .Постоје једнакокраки трапез,правоугли трапез,паралелограм,ромб,правоугаоник и квадрат.

Кључне речи :трапез,крак,база,паралелност,конвексност,угао

Summary :Trapezoid is a convex quadrilateral which's base is parallel with it's opponent side.Two unparallel sides are called legs.Sum of the angles on one of the legs is 180° .There are isosceles trapezoids,right trapezoids,parallelograms,rhombs,rectangles and squares.

Key words :trapezoid,leg,base,parallelism,convexity,angle

УВОД

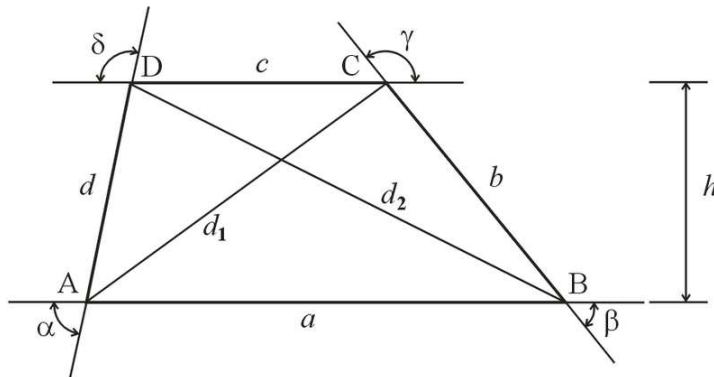
Трапез је у геометрији конвексни четвороугао коме су две наспрамне стране паралелне. Једна од ове две стране се зове **база** трапеза, две непаралелне стране се зову **краци** трапеза. Трапез такође има и две дијагонале (на слици d_1 и d_2) које се увек секу.

Висина трапеза h је растојање између две паралелне стране.

Збир углова на једном од кракова је 180° тј. $\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$.

Специјални случајеви трапеза су:

- **једнакокраки трапез**, код кога су краци једнаки, такође и углови на основици су једнаки
- **правоугли трапез**, код кога је један крак управан на базу
- **паралелограм**, код кога је и други пар страна међусобно паралелан
- **ромб**, који је паралелограм, али су му и све стране међусобно једнаке
- **правоугаоник**, који је паралелограм, али су му и све суседне стране међусобно нормалне
- **квадрат**, коме су све стране међусобно једнаке, а суседне међусобно нормалне

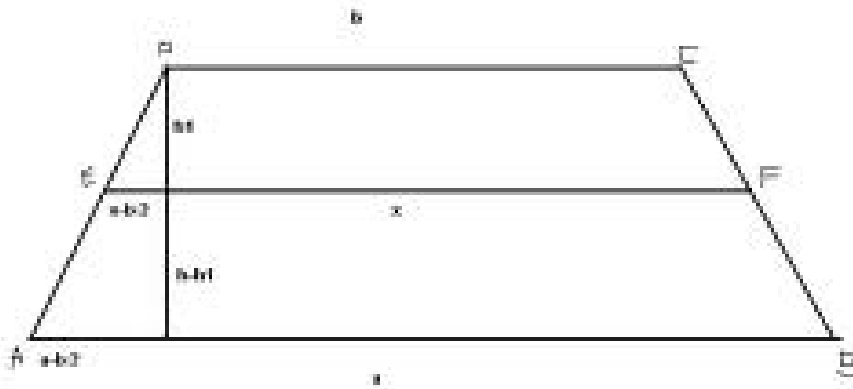


ТРАПЕЗ - ФОРМУЛЕ

<u>Обим</u>	$O = a + b + c + d$
<u>Висина</u>	$h = b \sin \beta = d \sin \alpha$ $h = \frac{2}{c - a} \sqrt{s(s - (c - a))(s - b)(s - d)}, \quad s = \frac{(c - a) + b + d}{2}$
<u>Површина</u>	$P = \frac{a + c}{2} \cdot h$
<u>Дијагонале</u>	$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta} = \sqrt{c^2 + d^2 - 2cd \cos \delta}$ $d_2 = \sqrt{a^2 + d^2 - 2ad \cos \alpha} = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \gamma}$

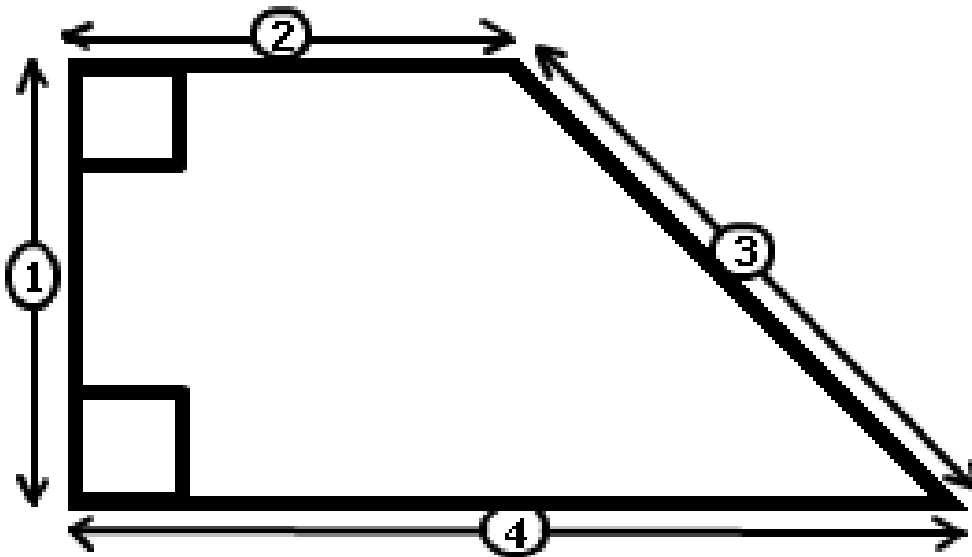
ТРАПЕЗ – ЈЕДНАКОКРАКИ ТРАПЕЗ

Код једнакокраког трапеца важи да је $b = d$, такође је $\alpha = \beta$ одакле следи $\delta = \gamma$. Последица овога је да је збир наспрамних углова $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$. Ово је особина тетивних четвороуглова, значи једнакокраки траpez је тетивни четвороугао.



ТРАПЕЗ – ПРАВОУГЛИ ТРАПЕЗ

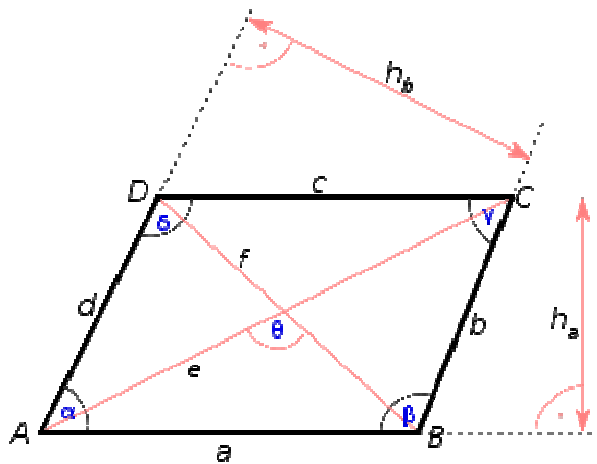
Код правоуглог трапеца је b или d једнако h , а такође важи да је $\alpha = \beta = 90^\circ$ или $\delta = \gamma = 90^\circ$.



ТРАПЕЗ – ПАРАЛЕЛОГРАМ

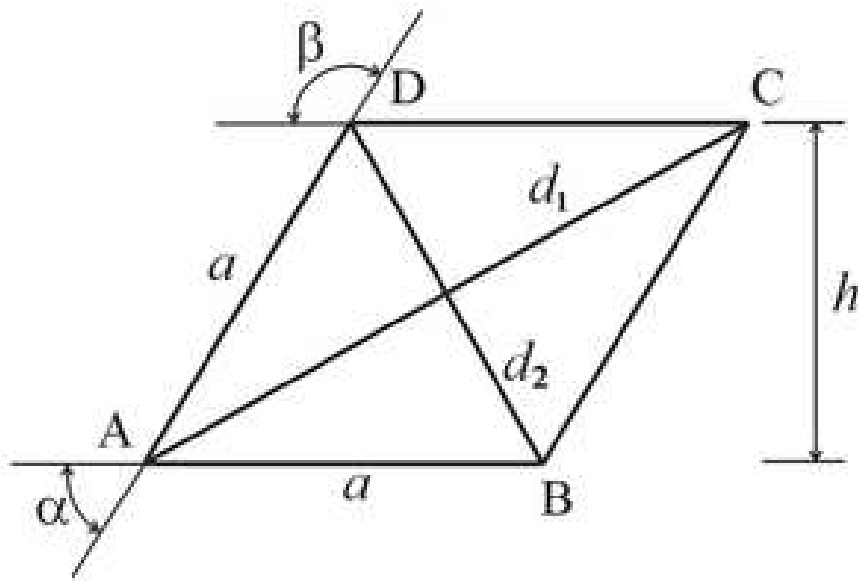
Паралелограми (ређе **ромбоиди**) спадају у класу четвороуглова којима су оба пара наспрамних страница паралелни. Из ове особине следи да су им наспрамне странице и једнаких дужина као и да су им наспрамни углови једнаки. Сваки паралелограм има две дијагонале које се секу тачно у њиховим средиштима.

Висине	$h_a = b \cdot \sin \alpha = b \cdot \sin \beta$ $h_b = a \cdot \sin \alpha = a \cdot \sin \beta$
Дијагонале	$e = \sqrt{a^2 + d^2 + 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos \alpha}$ $f = \sqrt{a^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos \alpha}$
Обим	$O = 2(a + b)$
Површина	$S = ah_a = bh_b = \ \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}\ $ $S = a \cdot b \cdot \sin \alpha = a \cdot b \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin \theta$
Закон паралелограма	$e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2)$



ТРАПЕЗ – РОМБ

Ромб је у геометрији четвороугао из класе паралелограма коме су све странице једнаких дужина. Карактерише га произвољна величина угла између две његове стране, која може да варира у реалном интервалу $(0, \pi)$.



ТРАПЕЗ – ПРАВОУГАОНИК

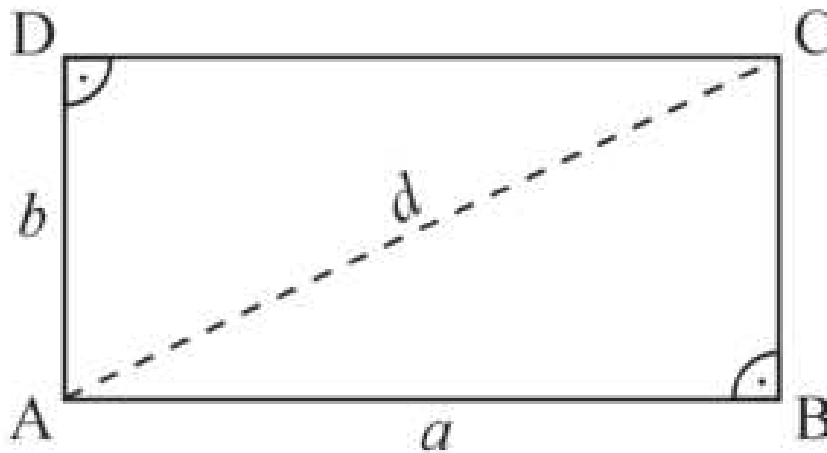
Правоугаоник је четвороугаона геометријска фигура у равни. Спада у класу паралелограма, а следећа два правила важе за сваки правоугаоник:

- Наспрамне странице су по дужини једнаке и паралелне
- Суседне странице су нормалне једна на другу (заклапају угао од 90°)

Дијагонала правоугаоника је дуж која спаја два његова темена која немају ни једну заједничку страницу. Правоугаоник има тачно две дијагонале, и оне су једнаких дужина:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- Површина правоугаоника је $P = ab$
- Обим правоугаоника је $O = 2(a+b)$
- Полубим правоугаоника је $S = (a+b)$
- Углови између страница и дијагонала: $\varphi_1 = \arctg(b/a)$ и $\varphi_2 = \arctg(a/b)$; $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$.
- Углови између дијагонала $\Theta_1 = \pi - 2\varphi_1$ и $\Theta_2 = \pi - 2\varphi_2$; $\Theta_1 + \Theta_2 = \pi$



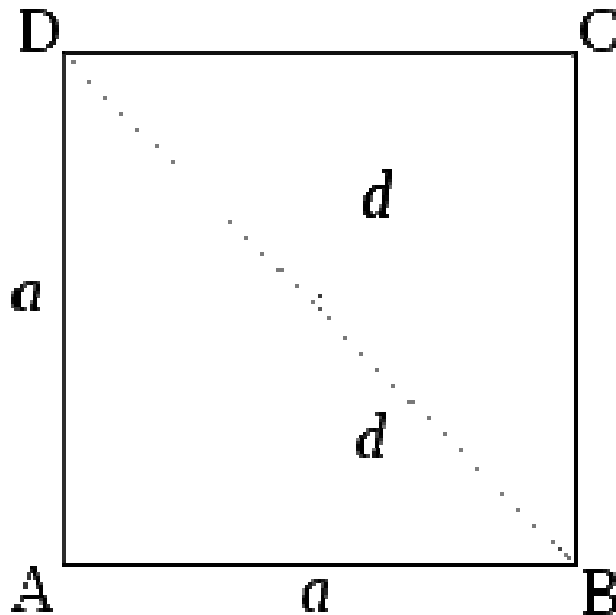
ТРАПЕЗ – КВАДРАТ

Геометријска фигура у равни састављена од четири странице. Правилан четвороугао, паралелограм. Темена се означавају великим словима **A**, **B**, **C**, **D**, страница малим словом *a*, дијагонала малим словом *d*. Особине квадрата су:

- све странице су једнаке
- сви углови су прави
- дијагонале су једнаке, полове се и секу под правим углом
- дужина дијагонале је $d = a\sqrt{2}$
- обим квадрата је $O = 4 \cdot a$

- површина квадрата је $P = a^2 = \frac{d^2}{2}$

- полупречник уписаног круга је $r = \frac{a}{2}$, а полупречник описаног је $R = a \frac{\sqrt{2}}{2}$



Закључак

Из овог рада можемо закључити да је трапез четвороугао са две паралелне странице чија средња дужина помножена висином крака даје површину исте фигуре.

Литература

1. <http://sr.wikipedia.org/wiki/Trapez>
2. <http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%BB%D0%B5%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC>
3. <http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D0%BC%D0%B1>
4. <http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BE%D1%83%D0%B3%D0%B0%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D0%BA>
5. <http://sr.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82>