

**РЕГИОНАЛНИ ЦЕНТАР ЗА ТАЛЕНТЕ ВРАЊЕ**

**ОДРЕЂИВАЊЕ РЕЗОНАНТНЕ ФРЕКВЕНЦИЈЕ КОЛА  
НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ СА R, L И C ЕЛЕМЕНТИМА**

**DETERMINATION OF THE RESONANT FREQUENCY OF THE  
ALTERNATING CURRENT CIRCUITS WITH R, L AND C ELEMENTS**

**Аутори:**

**ГАРЧИЋ ЈОВАНА** 2. разред Гимназија „Стеван Јаковљевић” Власотинце  
**ПЕШИЋ КРИСТИНА** 2. разред Гимназија „Стеван Јаковљевић” Власотинце  
Чланови FDV: „Х. Црниловић- кица” Власотинце

**Ментор:**

**МАЈА ВЕЉКОВИЋ** проф. физике

**Власотинце 2013.**

# ОДРЕЂИВАЊЕ РЕЗОНАНТНЕ ФРЕКВЕНЦИЈЕ КОЛА НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ СА R, L И C ЕЛЕМЕНТИМА

## DETERMINATION OF THE RESONANT FREQUENCY OF THE ALTERNATING CURRENT CIRCUITS WITH R, L AND C ELEMENTS

### Аутори:

ГАРЧИЋ ЈОВАНА 2. разред Гимназија „Стеван Јаковљевић” Власотинце  
ПЕШИЋ КРИСТИНА 2. разред Гимназија „Стеван Јаковљевић” Власотинце  
Чланови FDV: „Х. Црниловић- кица” Власотинце

### Ментор:

МАЈА ВЕЉКОВИЋ проф. физике

### Резиме

На почетку видећемо шта је једносмерна, а шта наизменична струја, као и разлике између кола једносмерне и кола наизменичне струје. Затим од чега зависи јачина те струје у целом колу састављена од редно везаних отпорника, калема и кондензатора.

Кључне речи: једносмерна струја, наизменична струја, ефективна вредност, активни отпор, индуктивни отпор, капацитивни отпор, импеданса.

### Summary

At the beginning we're going to explain what a direct current and what an alternating current is as well as the difference between the direct current and alternating current circuits. Then we're going to explain what influences the power of alternating electric current in the resistor, coil and condenser.

At the end we're going to explain what influences the power of the electric current in the whole circuit made of resistors, coils and condensers connected in a row.

Key words: direct current, alternating current, effective value, active resistance, reactance, capacitance resistance, impedance.

## УВОД

Кроз сијалицу прикључену на батерију, електрична струја има стално један исти смер: од позитивног пола батерија ка негативном. Као што знамо, таква струја назива се **једносмерна**. Батерија је извор једносмерне струје, односно једносмерне електромоторне силе (EMS). Међутим струја коју добијамо из електричне мреже у нашим домовима, школама, фабрикама, итд. није једносмерна. Кроз сијалице као и све апарате прикључене на електричну мрежу, струја тече наизменично час у једном, час у супротном смеру, при чему се непрекидно мења и њена јачина. Те промене јачине и смера струје дешавају се постепено и на правилан начин, понављајући се периодично.

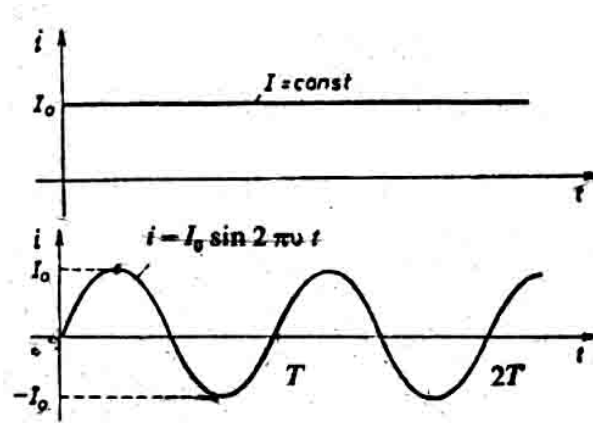
*Електрична струја чија се јачина и смер периодично мењају у току времена, назива се **наизменична струја**.*

## ОСЦИЛАЦИЈЕ НАПОНА И СТРУЈЕ

Назив наизменична се најчешће односи на струју чија је јачина синусна (или косинусна) функција времена:

$$i = I_0 \sin 2\pi \nu t$$

Овде је  $i$  јачина наизменичне струје у тренутку  $t$ ,  $I_0$  је максимална јачина те струје, а  $\nu$  је њена фреквенција.



*Јачина сталне једносмерне и наизменичне струје у зависности од времена*

На сликама су приказани графици јачине сталне једносмерне и наизменичне струје у зависности од времена. Док је јачина сталне једносмерне струје константна, јачина наизменичне се из тренутка у тренутак непрекидно мења, односно осцилује. Од вредности нула, струја се најпре врло брзо, а потом све спорије повећава док не достигне максималну (амплитудну) вредност  $I_0$ . Затим се најпре споро, па онда све брже смањује, док не постане једнака нули. После тога почиње да тече у супротном смеру, што се означава знаком минус, појачава се, достиже највећу вредност  $-I_0$ , па се онда смањује до нуле. Ове промене изврше се у току једног периода ( $T$ ), након чега се све понавља на исти начин: јачина наизменичне струје осцилује непрекидно између амплитудних вредности  $+I_0$  и  $-I_0$ .

Струја у неком проводнику је наизменична синусоидална, фреквенције  $\nu$ , под условом да је напон у и између крајева проводника наизменичан, односно синусоидалан и исте фреквенције  $\nu$ :

$$u = U_0 \sin 2 \pi vt$$

Овде је  $u$  тренутна вредност напона у тренутку  $t$ , док је  $U_0$  његова амплитудна вредност. За добијање таквих напона потребни су извори струје који дају наизменичну синусоидалну електромоторну силу.

$$\xi = \xi_0 \sin 2 \pi vt$$

Тренутне вредности наизменичног напона, струје и електромоторне силе осцилују непрекидно између нуле и амплитуде па стога се могу служити за карактерисање тих променљивих величина. Наизменична струја у сијалици знатно је слабија од струје у грејалици. Јака наизменична струја разликује се од слабе по амплитудној вредности, као што се и високи наизменични напон по амплитудној вредности разликује од ниског напона. Међутим, карактерисање помоћу амплитудних вредности  $I_0$ ,  $U_0$  и  $\xi_0$  неподесно је и непрактично, нарочито у прорачунима. Нпр. количина топлоте која за време  $t$  настаје у проводнику отпора  $R$  није  $I_0^2 R t$ , већ износи мање, јер наизменична струја има вредност  $I_0$  само у појединим тренуцима, док је у осталим тренуцима мања. Због тога се за карактерисање наизменичне струје дефинише једна вредност коју можемо непосредно употребити за израчунавање различитих дејства (ослобођење топлоте, снага електромотора и др.) произведених наизменичном струјом. Дефинисање такве вредности је могућно зато што наизменична струја има исто топлотно дејство као једносмерна струја одговарајуће јачине. Та се вредност назива **ефективна вредност** наизменичне струје.

**Ефективна вредност** *јачине наизменичне струје једнака је јачини сталне једносмерне струје која у датом проводнику за исто време произведе исту количину топлоте као наизменична струја.*

На основу ове дефиниције може се одредити колико износи ефективна вредност. Количина топлоте у проводнику отпора  $R$  која се ослободи при протицању наизменичне струје  $i = I_0 \sin 2\pi vt$  току једног периода  $T$ , износи:

$$W_u = I_0^2 RT/2$$

Јачина једносмерне струје која би ослободила исту количину топлоте за исто време је  $I_e$  (ефективна вредност наизменичне струје), па је:

$$I_0^2 RT = I_e^2 RT/2$$

Одавде следи:

$$I_e = I_0/\sqrt{2} = 0,707 I_0$$

На сличан начин, коришћењем Цуловог закона у облику  $W_u = U^2 t/R$ , дефинише се и налази да је ефективна вредност  $U_e$  наизменичног напона :

$$U_e = U_0/\sqrt{2} = 0,707 U_0$$

као и електромоторне силе :

$$\xi_e = \xi_0/\sqrt{2} = 0,707 \xi_0$$

где су  $U_0$  и  $\xi_0$  максималне вредности.

Поред фреквенције, наизменична струја се карактерише **ефективним вредностима** јачине струје, напона и EMS.

Пошто се наизменична струја карактерише ефективним вредностима, амперметри и волтметри за наизменичну струју показју баш те вредности. Знајући ово, могу се на основу релације

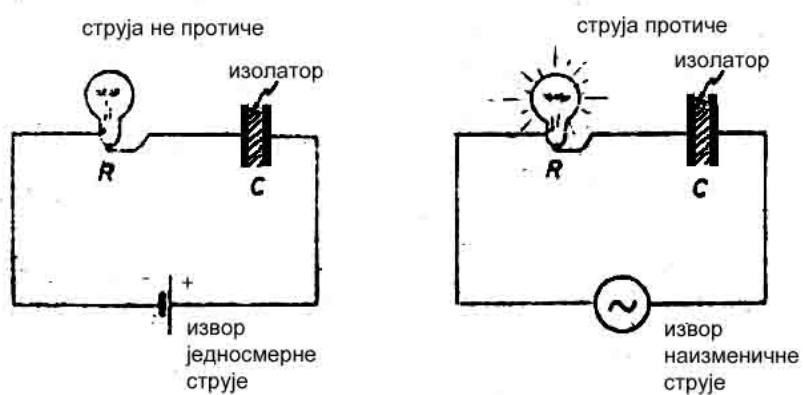
$$I_0 = I_e\sqrt{2} \quad , \quad U_0 = U_e\sqrt{2}$$

израчунати амплитудне (максималне) вредности помоћу измерених ефективних вредности.

## ОМОВ ЗАКОН ЗА КОЛО НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

Јачина једносмерне струје у неком колу може се увек израчунати када су познати отпори свих проводника и све EMS у колу. Међутим, ти подаци су недовољни ако се у колу налазе извори наизменичне EMS. Нпр. Ако се коло састоји од жице отпора  $R$  и извора наизменичне EMS, јачина струје у том колу може имати различите вредности, зависно од тога каквог је облика жица. Најјача струја ће бити ако је жица праволинијског облика, слабија – ако је жица намотана у виду соленоида, а још слабија – ако се унутар соленоида стави језгро од гвожђа. Као што знамо отпор те жице не зависи од њеног облика и у сва три случаја струја би кроз жицу имала исту јачину – када би била једносмерна. Међутим, та три случаја се међусобно разликују по томе што је коефицијент самоиндукције жице различит: у првом случају је најмањи, у последњем највећи. Према томе, при датој наизменичној EMS, јачина струје у колу зависи како од отпора  $R$  кола, тако и од коефицијента самоиндукције  $L$  кола. То је прва разлика између кола једносмерне и кола наизменичне струје.

Друга разлика састоји се у следећем: ако се у колу једносмерне струје налази кондензатор, струја ће у колу, након његовог затварања, бити само једно веома кратко време – док је кондензатор не „напуни“. Након тога струја у колу престаје. Између облога кондензатора налази се изолатор, а то је, као што знамо, материјал у коме нема слободних наелектрисаних честица – носилаца струје, те кроз изолатор струја не може тећи. Кроз остале делове кола док се кондензатор пуни, струја тече. Међутим, за коло наизменичне струје кондензатор не представља прекид, иако ни таква струја кроз изолатор не може протицати. У колу у коме постоји наизменична EMS, кондензатор се наизменично пуни и празни, те наизменична струја кроз такво коло протиче. Овај занимљиви ефект, по коме се наизменична струја разликује од једносмерне, може се показати огледом. Ако је капацитет  $C$  кондензатора веома велик, сијалица ће у колу наизменичне струје светлети, док у колу једносмерне – неће.



*Разлика наизменичне струје од једносмерне*

Према томе, да би се могла одредити јачина наизменичне струје у колу, поред отпора  $R$ , потребно је знати још и индуктивност  $L$  у колу, као и капацитет  $C$  кондензатора који се такође могу налазити у колу.

### АКТИВНИ ОТПОР

У проводнику између чијих крајева је наизменични напон

$$u = U_0 \sin \omega t$$

$$\omega = 2\pi \nu$$

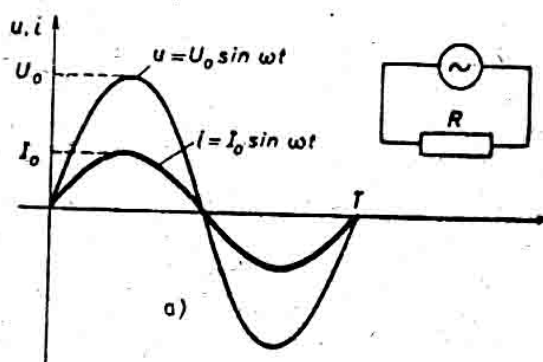
постоји електрично поље које се мења у току времена на исти начин, под условом да је индуктивност проводника занемарљива. Средња брзина уређеног кретања носилаца струје у проводнику мења се у току времена на исти начин као и електрично поље, односно као напон. Стога је то уређено кретање осцилаторно и доводи до појаве наизменичне струје у проводнику. Ако фреквенција напона ( $\nu = \omega/2\pi$ ) није превише велика, јачина наизменичне струје одређена је Омовим законом :

$$i = u/R = U_0/R \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$

односно

$$I_e = U_e / R$$

Отпор  $R$  назива се **активни ( термогени ) отпор** наизменичној струји, за разлику од тзв. пасивних отпора. У проводнику који има само активни отпор, јачина наизменичне струје мења се периодично са временом у истом ритму као напон на његовим крајевима, јер су им фреквенције једнаке. Јачина струје осцилује између вредности  $-I_0$  и  $+I_0$ , те и уређено кретање носилаца струје има осцилаторни карактер. Јачина струје и напон, сем тога, има **једнаке** фазе ( фаза је у оба случаја  $\omega t$  ), што значи да се њихове промене дешавају укорак: истовремено достижу максималне, нулте, као и све остале вредности. Другим речима, у проводнику који има само активни отпор напон и струја су у фази.



Зависност наизменичне струје и напона код активног отпора



## ИНДУКТИВНИ ОТПОР

Као што је већ наглашено, јачина наизменичне струје у проводнику може се израчунати из наведених релација ( $i = U_0/R \sin \omega t$ ) и  $I_e = U_e / R$  **само у случају када је индуктивност проводника  $L$  занемарљиво мала**. Када није тако, јачина наизменичне струје у проводнику је **мања** од вредности израчунате по Омовом закону у наведеном облику. Такав проводник, поред активног отпора  $R$ , као да има још и отпор неке друге врсте. Наиме, проводник који за једносмерну струју има мали отпор може за наизменичну струју имати веома велики отпор, тако да је при истом напону (ефективна вредност наизменичног напона једнака једносмерном напону) јачина наизменичне струје (ефективна вредност) много мања од јачине једносмерне струје. Узрок томе је појава самоиндукције.

Када се у калему са много навојака жице јачина једносмерне струје повећава, повећава се и магнетни флуks кроз калем, а кадасе јачина струје смањује – смањује се и тај магнетни флуks. Услед промене магнетног флуksа у калему се индукује EMS самоиндукције. Због тога јачина струје у калему не достиже вредност дату Омовим законом истог тренутка када се калем прикључи на извор струје. Пре прикључивања, јачина струје у калему је нула, а када се прикључи на напон  $U$ , онда треба да порасте на вредност  $U/R$ . При том порасту повећа се магнетни флуks, који је такође био једнак нули, па се индукују EMS само индукције која, сходно Ленцовом правилу, има такав поларитет да спречава пораст струје који ју је изазвао. Зато струја достиже своју коначну вредност  $U/R$  тек **после извесног времена**, а не тренутно, итог тренутка када се појавио напон  $U$  на крајевима калема. Другим речима, јачина струје **касни** за напоном. Слично је при искључењу:

јачина струје се смањује на вредност нула постепено, а не тренутно. Ово нема већег значаја код једносмерне струје, али има огромну важност за наизменичну струју која се непрекидно мења. Тада у проводнику стално постоји EMS самоиндукције, која се назива контра-EMS јер утиче на јачину струје тако као да је увек супротног „ поларитета “ од напона на проводнику. Због тога јачина наизменичне струје кроз калем мања него јачина једносмерне струје при истом напону. Што је већа контра-EMS, јачина наизменичне струје је мања. Величина контра-EMS је, сходно Фарадејевом закону електромагнетне индукције, као што знамо

$$\xi_k = -L \Delta i / \Delta t$$

дакле сразмерна је коефицијенту самоиндукције  $L$ . Према томе што је коефицијент самоиндукције проводника већи, јачина наизменичне струје је мања. Самоиндукција у проводнику кроз који протиче наизменична струја смањује јачину те струје, па изгледа као да постоји неки додатни отпор. Утицај ове појаве на јачину наизменичне струје у проводнику описује се стога величином која се назива **индуктивни отпор**, а обележава се са  $X_L$ . Индуктивни отпор зависи не само од коефицијента самоиндукције  $L$  проводника, већ и од фреквенције наизменичне струје  $\nu$ . Наиме, при већој фреквенцији промене јачине струје, односно магнетног флукса су брже, па је зато већа и контра-EMF, а тиме и индуктивни отпор. Утврђено је да је индуктивни отпор **сразмеран** кружној фреквенцији ( $\omega$ ) наизменичне струје и коефицијенту самоиндукције проводника:

$$X_L = \omega L$$

односно

$$X_L = 2\pi\nu L$$

Јединица за индуктивни отпор је ом ( $\Omega$ ), иста као и за активни отпор, што се види из претходне формуле ( $H/s = V/A/s \cdot 1/s = V/A = \Omega$ ). Међутим, за разлику од активног отпора  $R$ , индуктивни отпор датог проводника није карактеристика **само** проводника, јер зависи и од фреквенције наизменичне струје. Исти проводник са датим  $L$  има различите вредности  $X_L$  за струје различитих фреквенција, као што је то приказано у табели за случај проводника чији је коефицијент самоиндукције  $0,1 \text{ H}$ .

$L = 0,1 \text{ H}$	$\nu(\text{Hz})$	0	50	100	1000	10000	100000
	$X_L(\Omega)$	0	31,4	62,8	628	6280	62800

Ако је активни отпор проводника занемарљиво мали у односу на његов индуктивни отпор, онда је ефективна вредност јачине струје у њему

$$I_e = U_e / X_L \quad \text{или} \quad I_e = U_e / \omega L$$

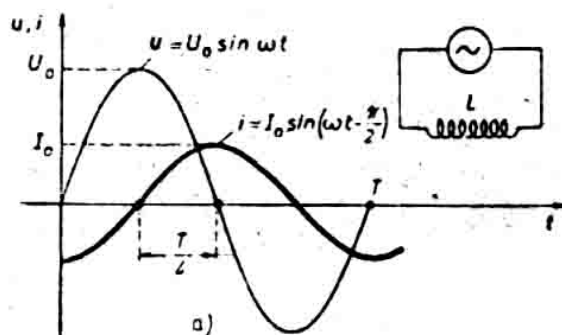
односно амплитудна вредност је

$$I_0 = U_0 / XL \quad \text{или} \quad I_0 = U_0 / \Omega L$$

Ови изрази се могу схватити као уопштење Омовог закона. Међутим, јачина струје **не достиже** максималну вредност  $I_0$  **истовремено** када и напон  $U_0$ . Као што је већ наведено, јачина струје **касни** за напоном услед контра-ЕМС. Струја и напон **нису у фази**, односно између њих постоји фазна разлика. Када је активни отпор проводника занемарљиво мали према његовом индуктивном отпору, та фазна разлика износи  $\varphi = -\pi/2$ . То се може показати сложеним рачуном. Максималне, нулте и све друге вредности јачина струје достиже за четвртину периода ( $T/4$ ) касније од напона. Изрази за тренутне вредности напона и јачине струје у проводнику који има само индуктивни отпор су, стога,

$$u = U_0 \sin \omega t \quad i = I_0 \sin(\omega t - \pi/2)$$

Графици ових зависности приказана су на слици :



Наизменична струја и напон код индуктивног отпора

## КАПАЦИТИВНИ ОТПОР

Као што смо видели, кондензатор у колу наизменичне струје не представља прекид кола. Кроз изолатор у кондензатору нема протицања наелектрисања, али он се наизменично пуни и празни. Кондензатор се пуни у првој четвртини периода, када напон расте од нуле до амплитудне вредности. У следећој четвртини периода напон се смањује и кондензатор се празни. Са једне облоге кондензатора на другу

наелектрисање протиче кроз остали део кола, у коме се налази и извор наизменичне струје. Према томе, наизменична струја у колу са кондензатором је струја наизменичног пуњења и пражњења кондензатора. Јачина струје наизменичног пуњења и пражњења кондензатора уколико је већа уколико су већи капацитет кондензатора и учесталост пуњења и пражњења. Величина од које зависи јачина наизменичне струје кроз кондензатор назива се **капацитивни отпор** и обележава се са  $X_c$ . Утврђено је да је јачина наизменичне струје кроз кондензатор сразмерна кружној фреквенцији струје и капацитету кондензатора, па је стога капацитивни отпор обрнуто сразмеран овим величинама:

$$X_c = 1 / \omega C \quad \text{или} \quad X_c = 1 / 2\pi\nu C$$

Јединица за капацитивни отпор је такође ом ( $\Omega$ ), што се види из ових формула ( $s/F = sV/C = V/A = \Omega$ ). Слично као код индуктивног отпора, капацитивни отпор датог кондензатора није карактеристика само кондензатора, јер зависи и од фреквенције наизменичне струје. У табели су наведени капацитивни отпори кондензатора капацитета  $10\mu F$  при различитим фреквенцијама наизменичне струје.

C=10 $\mu F$	$\nu$ (Hz)	0	50	100	1000	10000	100000
	$X_c$ ( $\Omega$ )	$\infty$	318	159	15,9	1,59	0,159

Ефективна вредност јачине струје кроз кондензатор је

$$I_e = U_e / X_c \quad \text{или} \quad I_e = U_e \omega C$$

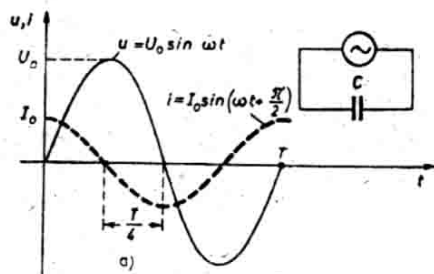
и слично за максималну вредност

$$I_0 = U_0 / X_c \quad \text{или} \quad I_0 = U_0 \omega C$$

Ови изрази представљају уопштење Омовог закона за случај проласка струје кроз кондензатор. Последња два израза дају везу између максималних вредности јачине струје и напона на кондензатору, али се те вредности **не односе на исти тренутак**. Наиме, напон и јачина струје у кондензатору нису у фази, тј. **не достижу истовремено** максималне, нулте и остале вредности. У овом случају јачина струје **предходи** напону:

максималне и остале вредности струја достиже за четвртину периода ( $T/4$ ) **пре** напона, чему одговара фазна разлика  $\varphi = +\pi/2$ . До тог резултата се долази сложеним рачуном. Према томе, тренутне вредности напона на кондензатору и јачине струја могу се приказати изразима:

$$u = U_0 \sin \omega t \quad i = I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$



*Зависност струје и напона када се у колу налази кондензатор*

Због чега постоји фазна разлика између напона и струје кроз кондензатор и зашто струја предњачи? Када напон од вредности нула почне да се повећава, наелектрисања у кондензатору још нема, он је још „ празан “. Уласку наелектрисања у кондензатор тада се ништа не опире и струја пуњења је најјача. Међутим, што се напон више приближава максималној вредности  $U_0$ , наелектрисање у кондензатору се повећава и све јаче отежава даље пуњење. Струја пуњења се смањује, те постаје једнака нули када напон на кондензатору достигне максималну вредност  $U_0$ . Тада је и наелектрисање у кондензатору достигло своју максималну вредност. Напон потом почиње да се смањује, а наелектрисање да „ излази“ из кондензатора, тј. он почиње да се празни. Струја пражњења расте и достиже максималну вредност када напон на кондензатору опадне на нулу. Што су при датом напону капацитет кондензатора и фреквенција наизменичне струје већи, њена јачина је већа. Ово је супротно појави коју имамо код индуктивног отпора (већа индуктивност и фреквенција – јачна струја је мања). Слично је и са фазном разликом: у кондензатору струја предњачи, док у калему касни у односу на напон. Може се рећи да су утицаји капацитивног и индуктивног отпора међусобно супротни. Заједнично, пак, им је то да ни један ни други не доприносе претварању електричне енергије у унутрашњу. Због тога се они називају **реактивни (пасивни) отпори**, за разлику од **активног**  $R$ , где долази до такве трансформације енергије. Фазна разлика између напона и струје у кондензатору је **увек**

$+\pi/2$ , односно не зависи ни од фреквенције, ни од капацитета кондензатора. Исто тако, та фазна разлика код калема чији је активни отпор занемарљив, **увек** износи  $-\pi/2$ , независно од фреквенције струје и коефицијента самоиндукције.

## ОМОВ ЗАКОН ЗА КОЛО СА РЕДНО ВЕЗАНИМ R, L И C

Видели смо од чега зависи јачина наизменичне струје у отпорнику, калему и кондензатору. Сада ћемо размотрити од чега зависи јачина те струје у целом колу састављена од редно везаних отпорника, калема и кондензатора. У таквом колу јачина струје иста је у сваком од тих елемената, те је можемо изразити у облику:

$$i = I_0 \sin \omega t$$

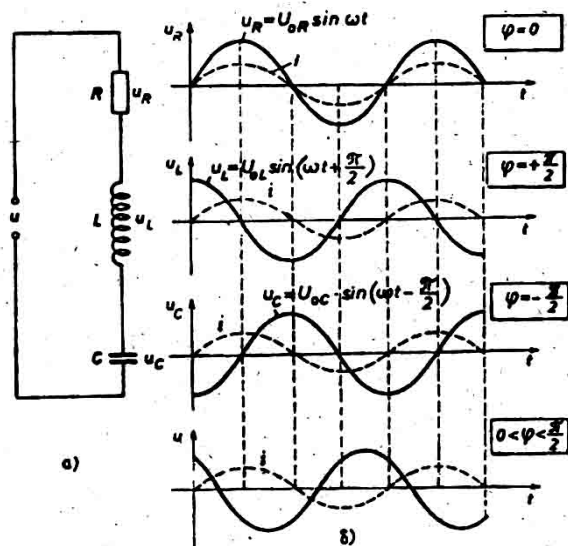


График приказа зависности напона и струје када се у колу налазе редно везани R, L, C

Напон између крајева тог кола је

$$u = U_0 \sin (\omega t + \varphi)$$

где је  $\varphi$  фазна разлика између напона и струје. На основу закона одржања енергије, тренутна вредност ( $u$ ) овог напона једнака је у сваком тренутку збиру тренутних вредности напона на појединим елементима кола:

$$u = u_R + u_L + u_C$$

Овде су  $u_R$  напон на отпорнику,  $u_L$  напон на калему, а  $u_C$  напон на кондензатору. Ови напони достижу максималне, нулте и остале одговарајуће вредности, у различитим тренуцима, односно **између њих** постоје фазне разлике. Наиме, док је  $u_R$  у фази са струјом  $i$ , напон  $u_L$  предњачи за  $\pi/2$ , а напон  $u_C$  касни за  $\pi/2$  у односу на заједничку струју, што значи и у односу на напон  $u_R$ . Због тога збир максималних (као и ефективних) вредности тих напона  $U_{OR} + U_{OL} + U_{OC}$  није једнак максималној вредности  $U_0$  напона на целом колу. Специјалним поступком се може показати да је

$$U_0 = \sqrt{U_{OR}^2 + (U_{OL} - U_{OC})^2}$$

тражена веза између максималних вредности напона. Иста је релација и између ефективних вредности напона.

Пошто су  $U_{OR} = I_0 R$ ,  $U_{OL} = I_0 X_L$  и  $U_{OC} = I_0 X_C$  лако се из предходне релације добија:

$$I_0 = U_0 / (\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2})$$

односно

$$I_e = U_e / (\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2})$$

што представља **Омов закон за коло наизменичне струје** са редно везаним отпорима  $R$ ,  $X_L$  и  $X_C$ .

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

назива се **импеданса** редног кола и представља његов укупни отпор наизменичној струји. Према томе, Омов закон можемо писати као

$$I_0 = U_0/Z$$

односно

$$I_e = U_e/Z$$

Фазна разлика  $\phi$  између напона и струје може се одредити из релације:

$$\cos\phi = R/Z$$

или из :

$$\tan\phi = (X_L - X_C)/R$$

Из датог израза видимо да је фазна разлика позитивна ако је  $X_L$  веће од  $X_C$ . Тада струја у колу заостаје у односу на напон између крајева кола. Ако је, пак  $X_L$  мање од  $X_C$ , фазна разлика је негативна, што значи да напон тада заостаје за струјом. Формула за импедансу показује да је при неком датом  $R$  импеданса најмања када је  $X_L = X_C$ , тј. када је индуктивни отпор кола једнак капацитивном отпору. Тада јачина струје не зависи ни од  $L$  ни од  $C$ , већ само од активног отпора  $R$  :

$$I_e = U_e/R$$

У таквом случају кажемо да је коло у **резонанци са напоном**. Она се дешава за све парове вредности  $L$  и  $C$  које испуњавају услов:

$$LC = 1/\omega^2$$

који следи непосредно из  $X_L = X_C$ .

Формула за импедансу важи и у случајевима када у колу нема кондензатора или када је индуктивност кола  $L$  занемарљиво мала. Стога је у првом случају :

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

а у другом:

$$Z = \sqrt{R^2 - X_L^2}$$

Исто тако:

$$Z = X_L - X_C$$

У случају када је активни отпор занемарљиво мали у односу на разлику пасивних отпора.

### ОДРЕЂИВАЊЕ ИНДУКТИВИТЕТЕ КАЛЕМА

#### ПОМОЋУ ВОЛТМЕТРА И АМПЕРМЕТРА

Прибор са рад – калем непознатог индуктивитета, амперметар за наменичну струју (50mA), волтметар за наоценични напон (50V), волтметар за једносмерни напон (2V), отпорник (200  $\Omega$ ) трансформатор од 2 до 24V, извор једносмерне струје (2V), прекидач, жица за прикључак на градску мрежу.

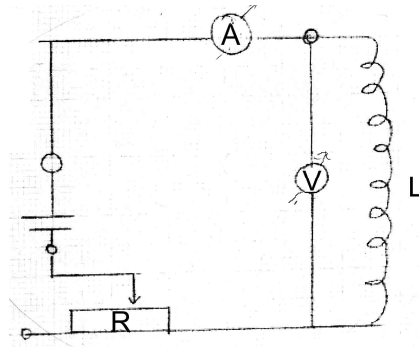
Задатак: Одредити индуктивност калема.

Упутство: У колу наизменичне струје у којем се налази калем омског отпора  $R$  и индуктивитет  $L$  јављају се два отпора: радни или омски отпор и индуктивни отпор



$RL=Lm$  где је  $m=2\pi \xi$ . Укупан отпор у том колу је дат једначином  $Z=\sqrt{R^2 - L^2}$  одакле је интензитет  $R=2^2 - R^2/\omega^2$ .

Према томе, ако измеримо укупан отпор  $L$  и радни отпор  $R$  калема уочићемо индуктивност калема ако нам је позната фреквенција градске мреже (50Hz). Укупан отпор 2 одредићемо тако да калем прикључујемо у коло наизменичне струје. Спојите трујно коло као према шеми. Извор наизменичне електромоторне силе је секундар трансформатора на којем су извори од 2V, 4V, 6V, 12V, 24V. Одаберите на извору и затворите струјно коло. Измерите пад напона на калеку јачину струје и пад напона. Поновите мерења 5 пута за друге вредности пада напона и јачину струје које ћете добити прикључивањем на различите изворе. За свако мерење израчунајте укупан отпор а затим одредите средњу вредност за 2. Измерите радни напон  $R$  калема помоћу  $U - I$  методе. У ту сврху сложите струјно коло према следећој шеми:



Струјно коло – отпор  $R$  и калем ( $X_L$ )

**RAD:**

$I=0,4A$

$I=70mA=0,07A$

$U_i=229V$

$U_i=3,7$

$U_2=230V$

$U_2=3,9$

$U_s=232V \quad 2=UA$

$U_3=3,8 \quad R=U/I$

$U_4=230V$

$U_4=3,5$

$U_s=231V$

$LJ_5=3,8$

$Z_1=V_1/I_1=229/0,4=574,5$

$R_1=3,4/0,04=85,0$

$Z_2=230/0,4=575$

$R_2=3,9/0,07=55,7$

$Z_3=232/0,4=580$

$R_s=3,8/0,07=54,3$

$Z_4=230/0,04=575$

$R_4=3,5/0,07=50$

$Z_5=231/0,4=577,5$

$R_5=3,8/0,07=54,3\Omega$

$$L = Z^2 - R^2 / m^2 \quad m = 2 \pi V \quad V = 50 \text{ Hz} \quad m = 2 * 3,15 * 50 = 314$$

$$L_1 = 72,5^2 - 549^2 / 314^2 = 324951,59 / 98596 = 3,3 \quad \Delta L_1 = 0,034$$

$$L_2 = 330625 - 310349 / 98590 = 32752251 / 98596 = 3,32 \quad \Delta L_2 = 0,014$$

$$L_3 = 336400 - 2948,49 / 9856 = 33345,15 / 98596 = 3,38 \quad \Delta L_3 = 0,046$$

$$L_4 = 327522,51 / 98596 = 3,32 \quad \Delta L_4 = 0,014$$

$$L_5 = 333506,25 - 2948,49 / 98596 = 3,35 \quad \Delta L_5 = 0,016$$

$$L_{sr} = 3,3 + 3,3253 + 3,38 + 3,32 + 3,35 / 5 = 3,334$$

$$\Delta L_{sr} = 0,034 + 0,014 + 0,046 + 0,014 + 0,016 / 5 = 0,0248$$

$$L = L_{si} \pm \Delta L_{si} = 3,334 \pm 0,0248$$

## ЗАКЉУЧАК

У овом раду смо проучили основе једносмерне, инаизменичне струје, као и разлике између њих. На основу Омовог закона редно везаних R, L, C елемената израчунали смо њихов укупни отпор - импедансу, и проучавали ефикасност присуства активних и пасивних отпора.

## Литература:

[1.] др. С. Божин, др. М. Распоповић, Е. Даниловић, *Физика за II разред гимназије (1997)*, Завод за уџбенике и наставна средства

[2.] др. С. Божин, др. М. Распоповић, Е. Даниловић, *Физика за III разред гимназије (1997)*, Завод за уџбенике и наставна средства